

综合实验指导：机动车尾气排放

教学目的和要求：

通过机动车尾气排放问题，使学生：

1. 了解可以用统计的知识来解决这种类型的重要问题；
2. 了解汽车尾气排放对空气造成的污染问题、危害及应对措施；
3. 体验利用数据拟合和线性回归的思想、方法，图形来分析和解决实际问题的过程；
4. 激发学生学习数学以及进行探究性学习的兴趣。

知识点： 数据拟合 线性回归 函数最值

必备技能：

1. 无穷级数求和技巧
2. 计算数学期望
3. 数据拟合

主要内容

1. 应用场景
 - 1.1 尾气排放遥感探测技术
 - 1.2 尾气排放数据的采集
 - 1.3 需要解决的问题
2. 问题分析与模型建立
 - 2.1 数据转换
 - 2.2 回归分析与数据拟合
 - 2.3 以排放量为目标的车速优化
3. 任务

1. 应用场景

汽车，卡车，摩托车和公交车排放出大量的一氧化碳，碳氢化合物、氮氧化合物和微粒。主要是这些化合物造成了空气污染。机动车尾气排放物，尤其是一氧化碳、氮氧化合物和碳氢化合物对人类的健康十分有害。一氧化碳是含碳燃料的不完全燃烧所产生的一种无臭、无味、无色的气体。它通过肺进入血流，降低血液的载氧能力，减少血液对人体器官和组织的供氧量。那些心血管疾病患者尤其是心绞痛或者外周血管疾病的患者，暴露在一氧化碳中对健康的危害更为严重。接触高浓度的一氧化碳会降低人的视觉、工作能力、手灵活度、学习能力和处理复杂事物的能力。氮氧化合物也会对健康产生多种影响。二氧化氮会刺激肺组织，并降低人体对呼吸道疾病（例如，流感）的抵抗能力。氮氧化合物是形成酸雨的主要物质，酸雨会影响到陆生和水生生态系统。过度的大气氮沉降将导致营养物质富集（超营养作用）。最后，碳氢化合物和氮氧化合物在热和阳光的作用下将发生化学反应，产生臭氧。通常在炎热的夏季，臭氧在大气中很容易形成。基态臭氧是烟雾污染的主要成分，烟雾污染在夏天将会覆盖很多地区。短时间内（1-3 小时）接触高浓度的臭氧，将会提高发病率和增加呼吸道疾病的急诊率。

随着世界经济的发展，机动车数量的飞速增加，机动车尾气排放问题更加严峻。许多政府都开始执行一些控制机动车尾气排放的政策。美国、欧洲和日本在降低空气污染的一些问题上，正有着稳步的发展。在全球范围内，先进的控制污染技术（尤其是催化剂和无铅汽油），已经得到了推广。但是，世界经济的持续增长需要政策来支持，而这些政策不能对经济产生消极的影响，即不能限制机动车的所有权。世界上的许多城市已经实施了相关的政策，这些政策包括了先进的公交管制、综合的运输规划和智能运输系统。

过去的研究表明，行车方式对机动车尾气排放量的影响很大。与平稳的行驶相比，频繁的加速行驶或者减速行驶会排放出更多的汽车尾气。一个高效的交通信号配时系统可以平稳机动车流量，在一定程度上，可以降低尾气排放量。另外，良好的交通运输规划可以宏观地改变城市机动车的车型态。

1.1 尾气排放遥感探测技术

成功地制定出一项控制尾气排放的政策，关键是在不同的交通量和环境中获得精确的尾气排放数据。“烟雾狗”是在本方案中所使用的尾气排放遥感探测装置。它是通过对环境进行监测来测定出机动车尾气的排放量。“烟雾狗”可以同时检测出尾气中一氧化碳，碳氢化合物，氮氧化合物和二氧化碳的排放浓度。此装置的一个显著特点是可以测定出机动车的瞬时速度和加速度。



图1 “烟雾狗”正在遥测汽车尾气和车速

表1 “烟雾狗”在休斯顿采集到的CO和HC浓度数据

Data #	Speed (mph)	CO%	HC%	Data #	Speed (mph)	CO%	HC%
1	9.98	0.27	0.000027	31	43.22	0.32	0.000032
2	10.97	0.22	0.000022	32	44.20	0.29	0.000029
3	15.40	0.30	0.00003	33	45.05	0.39	0.000039
4	15.69	0.03	0.000003	34	46.59	0.79	0.000079
5	16.44	0.21	0.000021	35	47.06	0.73	0.000073
6	17.11	0.89	0.000089	36	47.51	0.54	0.000054
7	18.66	0.19	0.000019	37	47.86	0.07	0.000007
8	19.04	0.79	0.000079	38	48.92	0.33	0.000033
9	20.95	0.08	0.000008	39	49.78	0.43	0.000043
10	21.52	0.07	0.000007	40	49.81	0.55	0.000055
11	23.41	1.61	0.000161	41	50.50	0.72	0.000072
12	24.82	0.77	0.000077	42	50.52	0.21	0.000021
13	25.15	0.76	0.000076	43	51.48	0.18	0.000018
14	26.35	1.91	0.000191	44	52.18	0.61	0.000061
15	27.02	0.40	0.00004	45	52.87	0.92	0.000092
16	27.62	0.06	0.000006	46	53.25	0.19	0.000019
17	29.90	0.36	0.000036	47	53.62	0.44	0.000044
18	30.04	0.18	0.000018	48	54.32	0.22	0.000022
19	30.67	0.58	0.000058	49	55.19	0.34	0.000034
20	31.99	0.12	0.000012	50	56.07	0.49	0.000049
21	34.97	1.02	0.000102	51	56.33	0.15	0.000015
22	35.10	0.53	0.000053	52	56.56	0.76	0.000076
23	35.94	1.11	0.000111	53	58.29	0.12	0.000012
24	36.98	0.29	0.000029	54	58.75	0.12	0.000012
25	37.69	1.67	0.000167	55	59.44	0.35	0.000035
26	37.90	0.62	0.000062	56	61.40	0.83	0.000083
27	38.74	0.27	0.000027	57	62.00	0.21	0.000021
28	40.58	0.09	0.000009	58	63.65	0.35	0.000035
29	41.63	0.30	0.00003	59	67.11	0.35	0.000035
30	42.12	0.54	0.000054	60	76.68	0.47	0.000047

在德克萨斯州，休斯顿某条高速公路的斜坡弯道处，用“烟雾狗”采集机动车尾气的排放数据。由于“烟雾狗”在作业时只能采集到行车时的尾气排放数据，因此，汽车空转时的数据并没有采集到。这些数据将通过所建立的回归模型来计算出。表 1 是采集到的 CO（一氧化碳）和 HC（碳氢化合物）排放浓度的部分数据。

1.3 需要解决的问题

车辆以多大的车速行驶会使 CO 和 HC 的排放系数都达到最小？如果所有的司机都以最佳的车速行驶，总的 CO 或 HC 排放量将会最小。另一方面，如果机动车变速行驶，气体的排放量将会增加。分析如下的情况，假设两辆不同的机动车按两种不同的行驶方案行驶。每辆机动车都行驶 30 秒，第一辆车以时速 35 公里匀速行驶，而第二辆车的速度在时速 29 公里到时速 42 公里不断变化（见表 2）。30 秒后，两辆机动车都行驶了相同的距离：35 英尺。尽管，两辆机动车在相同的的时间里行驶了相同的距离，但是每辆机动车的尾气排放量却是不同的。表 2 详细的说明了这两种不同的行车方案。

表 2 两辆车在 30 秒内行驶的速度

Constant Speed Profile			Varying Speed Profile		
Time (Sec)	Speed (mph)	Distance (ft)	Time (Sec)	Speed (mph)	Distance (ft)
1	35	51	1	42	62
2	35	103	2	41	122
3	35	154	3	40	180
4	35	205	4	39	238
5	35	257	5	38	293
6	35	308	6	38	349
7	35	359	7	37	403
8	35	411	8	36	456
9	35	462	9	35	507
10	35	513	10	34	557
11	35	565	11	33	606
12	35	616	12	32	653
13	35	667	13	31	698
14	35	719	14	30	742
15	35	770	15	30	786
16	35	821	16	30	830
17	35	873	17	29	873
18	35	924	18	29	915
19	35	975	19	30	959
20	35	1027	20	31	1005
21	35	1078	21	32	1052
22	35	1129	22	33	1100
23	35	1181	23	34	1150
24	35	1232	24	35	1201
25	35	1283	25	36	1254
26	35	1335	26	37	1308
27	35	1386	27	38	1364
28	35	1437	28	39	1421
29	35	1489	29	40	1480
30	35	1540	30	41	1540

2. 问题分析与模型建立

2.1 数据转换

为了建立车速与尾气排放量之间的模型，引入两个排放参量：排放系数（克/英里）和排放速率（克/秒）。

排放系数是指每辆机动车每公里的尾气排放量。

排放速率是指每辆机动车每秒钟的尾气排放量。

定义以下的变量：

- $CO\%$: CO 的排放浓度 (%) ;
- $HC\%$: HC 的排放浓度 (%) ;
- CO_s : CO 的排放速率 (g/s) ;
- HC_s : HC 的排放速率 (g/s) ;
- CO_m : CO 的排放系数 (g/mi) ;
- HC_m : HC 的排放系数 (g/mi) ;
- u : 机动车的瞬时速度 (mph) ;
- $u_{optimal}$: 使排放量最小的最佳行驶速度 ;
- b_0, b_1, c_0, c_1 : 常量 (回归模型的系数)

将排放浓度转换为排放速率存在分歧。许多科学家和工程师都采用美国南海岸空气质量管理局提出的如下线性相关关系，将排放浓度和排放速率进行转换。

排放浓度转换为排放系数：

$$CO_m \text{ (g/mi)} = 11.1 \times CO\% + 21.3, \quad (1)$$

$$HC_m \text{ (g/mi)} = 63.3 \times HC\% + 1.7. \quad (2)$$

排放浓度转换为排放速率：

$$CO_s \text{ (g/s)} = \frac{CO_m \text{ (g/mi)} \times u \text{ mph}}{3600}, \quad (3)$$

$$HC_s \text{ (g/s)} = \frac{HC_m \text{ (g/mi)} \times u \text{ mph}}{3600}. \quad (4)$$

2.2 回归分析与数据拟合

在许多科学与工程的应用领域里，变量之间的关系是通过从实验室或现场中的实验性研究中搜集的原始数据来建立的。然后，绘出数据的相关图像，得出它们之间的关系。

在这个方案里，相互关联的两个变量是车速和 CO/HC 排放速率。由于在测量中可能存在的误差，将会导致车速和 CO/HC 排放速率数据并不在精确的光滑曲线。因此，数据分析的工作将变为 3 步：

- 对两个变量间的关系做出数学形式上的假设（模型假设）；
- 基于收集的现场数据估计出模型的未知参量（数据拟合）；
- 分析已校准的函数关系对观测数据的拟合程度（模型检验）；

这个数据分析过程称为回归。

科学研究表明：在机动车尾气排放量的问题上，车速和 CO 或 HC 排放速率之间的最佳数学函数关系是自然对数，如下所示：

$$\ln(\text{COs}) = b_0 + b_1 u, \quad (5)$$

$$\ln(\text{HCs}) = c_0 + c_1 u. \quad (6)$$

速度 u 是自变量，排放速率 CO_s 、 HC_s 是因变量，常系数 c_0 和 c_1 是模型常量。

用数据拟合可确定 (5) 式和 (6) 式中的未知参量，得出最佳的拟合曲线。拟合的优劣可由相关系数 r 来衡量，其取值范围从 -1 到 +1。如果 r 接近 +1，表示存在明显的正相关关系；接近 -1，表示存在明显的负相关关系； r 接近 0，表示在自变量和因变量之间不存在相关关系。

2.3 以排放量为目标的车速优化

通过从 (3) 式和 (4) 式中求解 CO_m 和 HC_m ，将排放速率 (g/s) 转化为排放系数 (g/mi)，所得新方程如下：

$$\text{CO}_m (\text{g/mi}) = \frac{\text{COs} (\text{g/s}) \times 3600 (\text{s/h})}{u (\text{mi/h})}, \quad (7)$$

$$\text{HC}_m (\text{g/mi}) = \frac{\text{HCs} (\text{g/s}) \times 3600 (\text{s/h})}{u (\text{mi/h})}. \quad (8)$$

利用 (5) (6) (7) (8), 可以得到排放系数关于速度的简单表达式, 其结果如下:

$$CO_m(g/mi) = \frac{3600e^{b_0+b_1u}}{u} \quad (9)$$

$$HC_m(g/mi) = \frac{3600e^{c_0+c_1u}}{u} \quad (10)$$

接下来, 就可以建立图表分析: 当速度为多少时排放系数最小。这些速度是制定先进交通管理计划以减少尾气排放量的关键信息。

3. 课外任务

- 1) 利用表 1 中的数据画出 CO 排放浓度与速率关系曲线图和 HC 排放浓度和速率关系曲线图。
- 2) 用 (1) — (4) 式将 CO/HC 的排放浓度转换成 CO/HC 的排放系数和排放速率。在电子表格里增加 8 栏: 数据编号、速度、CO 百分浓度、HC 百分浓度、CO 的排放系数、HC 的排放系数、CO 的排放速率、HC 的排放速率。
- 3) 用 2) 中整理好的数据, 分别画出 4 幅能表示出车速与 CO、HC 的排放系数及 CO、HC 的排放速率之间的关系图。基于对曲线图的分析, 指出哪一组对应关系在曲线的外形和变化趋势上更具有规律性。
- 4) 利用线性回归方法和 2) 中的数据来确定 (5) 式和 (6) 式中的参数。分别画出 $\ln(CO_s)$ 和 $\ln(HC_s)$ 关于车速的图像, 并进行相关系数检验。这些模型是合理的吗? 说明理由。
- 5) 请在一幅图中作两条曲线: 一条表示车速与 CO 排放速率之间的关系, 另一条表示车速与 CO 排放系数之间的关系; 在第二幅图里也做两条曲线, 其中一条是表示车速与 HC 排放速率之间的关系, 另一条是表示车速和 HC 排放系数之间的关系。设速度从 0mph 开始每次递增 5mph, 到 70mph。观察这两幅图, 有没有一个速度可以使得排放系数最小? 车辆以多大的车速行驶会使 CO 和 HC 的排放系数都达到最小?
- 6) 根据表 2 中的数据, 画出两幅曲线图。一幅是匀速行车曲线图, 另外一幅是变速行车曲线图。在每一幅速度曲线图上, 应该有两条曲线: 一条代表时间和速度的关系, 另外一条代表时间和距离的关系。用不同的 y 轴来表示速度和距离。用前面得到的回归方程式来计算表 2 中不同的速度曲线下任一时刻的 CO 和 HC 的排放量, 将计算结果填入表内。然后, 分别计算出两种速度模式下, 运行过程中 CO 和 HC 总的排放量。从计算结果中得出什么结论?
- 7) 假设在某段高速公路上碰巧发生了一起交通事故。一位警官来到场处理相应的工作, 并且牵引车也来到现场将事故车辆移开。从事故发生到事故现场完全清理干净共花了 40

分钟。在这段时间里，一共有 200 辆车被迫停止。假设每辆车的平均等待时间是 30 分钟。计算出由于交通事故造成的这 200 辆汽车 CO 和 HC 的额外总排放量。从计算结果中可以得到什么结论？提示：将回归方程中的车速设置为 0，求得机动车在空转时的尾气排放速率。